ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

TRẦN NGỌC HÀ

PHƯƠNG PHÁP TÌM NGHIỆM XẤP XỈ ĐỐI VỚI BÀI TOÁN TRƯỢT CỦA TẤM TRONG MÔI TRƯỜNG CHẤT LỎNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2016

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

TRẦN NGỌC HÀ

PHƯƠNG PHÁP TÌM NGHIỆM XẤP XỈ ĐỐI VỚI BÀI TOÁN TRƯỢT CỦA TẤM TRONG MÔI TRƯỜNG CHẤT LỎNG

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 60. 46. 01.12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:

TS. VŨ VINH QUANG

THÁI NGUYÊN - 2016

LỜI CẢM ƠN

Lời đầu tiên, em xin bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc tới TS. Vũ Vinh Quang, người đã tận tình hướng dẫn em trong suốt quá trình thực hiện và hoàn thành luận văn này.

Em cũng xin kính gửi lời cảm ơn chân thành đến các thầy cô giáo trong trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên cũng như các thầy cô giáo đã tham gia giảng dạy khóa cao học 2014 -2016, những người đã đem tâm huyết và sự nhiệt tình để giảng dạy, trang bị cho chúng em nhiều kiến thức cơ sở.

Cuối cùng em xin chân thành cảm ơn gia đình, bạn bè thân thiết những người luôn động viên chia sẻ, giúp em trong suốt quá trình học tập và làm luận văn.

Thái Nguyên, tháng 5 năm 2016

Tác giả

Trần Ngọc Hà

MỤC LỤC

DANH MỤC CÁC BẢNG

DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ

MỞ ĐẦU

Một số bài toán trong cơ học các môi trường liên tục như các bài toán nghiên cứu về truyền nhiệt, các bài toán về lý thuyết dao động qua mô hình hóa đều đưa về các bài toán biên cho phương trình elliptic cấp hai hoặc cấp bốn (phương trình song điều hòa). Trong trường hợp khi môi trường là thuần nhất và điều kiện biên bình thường thì việc tìm nghiệm của bài toán có thể được thực hiện thông qua các phương pháp giải tích như các phương pháp tách biến, phương pháp hàm Green hoặc các phương pháp tìm nghiệm xấp xỉ như các phương pháp sai phân hay phương pháp phần tử hữu hạn. Tuy nhiên khi điều kiện biên của bài toán là dạng đặc biệt (hỗn hợp giữa hàm và đạo hàm, thiếu điều kiện trên biên hay hỗn hợp mạnh tức là trên một đoạn biên trơn tồn tại 2 loại điều kiện biên dạng hàm (Dirichlet) và dạng đạo hàm (Neumann) thì các phương pháp kể trên không thể thực hiện được. Để giải quyết các bài toán này, người ta thường nghiên cứu theo hướng sau đây: Sử dụng lý thuyết các toán tử biên để xây dựng các sơ đồ lặp xác định các giá trị thiếu trên biên, kết hợp với phương pháp phân rã phương trình cấp 4 về hai phương trình cấp hai. Từ đó áp dụng các phương pháp sai phân để giải quyết các bài toán con qua đó xây dựng nghiệm của bài toán gốc ban đầu. Trong trường hợp khi biên là kì dị thì một phương pháp thường áp dụng là phương pháp chia miền.

Trong các bài toán cơ học điển hình thì bài toán nghiên cứu tấm trượt đàn hồi trong môi trường chất lỏng là một bài toán đã được các tác giả Nikolai V. Priezjev, Anton A. Darhuber and Sandra M. Troian đưa ra năm 2005. Đây chính là một bài toán được mô tả của phương trình song điều hòa với dạng điều kiện biên hết sức phức tạp. Tính chất nghiệm của bài toán cũng như ý nghĩa thực tế đã được các tác giả đề cập tuy nhiên vấn đề nghiên cứu phương pháp xác định nghiệm của bài toán chưa được đề cập đến.

Xuất phát từ thực tế đó, mục tiêu nghiên cứu chính của luận văn là tìm hiểu về mô hình toán học của bài toán mô tả chuyển động trượt của tấm đàn hồi trong môi trường chất lỏng không nén được, nghiên cứu cơ sở của phương pháp toán tử biên miền để xây dựng các sơ đồ lặp xác định giá trị trên biên của bài toán song điều hòa đồng thời nghiên cứu cơ sở của phương pháp phân rã chuyển bài toán đang xét về các bài toán elliptic cấp hai, sử dụng phương pháp sai phân để xác định nghiệm của bài toán gốc, đánh giá kết quả thực nghiệm. Các kết quả thực nghiệm được thực hiện trên máy tính điện tử.

Chương 1
MỘT SỐ KIẾN THỨC CƠ BẢN

Nội dung chính của chương 1 trình bày một số kiến thức cơ bản về các không gian hàm, phương trình song điều hòa, lý thuyết về sơ đồ lặp 2 lớp, lý thuyết về sai phân và đặc biệt là các kết quả xây dựng thư viện giải số bài toán biên elliptic cấp hai trên miền chữ nhật. Đây là các kiến thức và công cụ quan trọng sẽ sử dụng để nghiên cứu và thực hiện tính toán trong các chương tiếp sau của luận văn. Các kết quả này đã được tham khảo trong các tài liệu [1, 2, 3, 4].

1.1 Không gian các hàm và phương trình song điều hòa

Định nghĩa 1.1 Cho X là một tập khác rỗng, trên X ta trang bị một hàm số

$$\rho : X \times X \to \mathbb{R}$$
$$(x, y) \to \rho(x, y),$$

thỏa mãn các điều kiện sau

1) $\rho(x, y) \ge 0\ \forall x, y \in X;\ \rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y;$
2) $\rho(x, y) = \rho(y, x)\ \forall x, y \in X;$
3) $\rho(x, z) \le \rho(x, y) + \rho(y, z)\ \forall x, y, z \in X.$

Khi đó ρ được gọi là một metric hay khoảng cách trên X. Và cặp (X, ρ) gọi là một không gian metric (đôi khi chỉ kí hiệu là X). Mỗi phần tử của X sẽ được gọi là một điểm, $\rho\left(x, y\right)$ gọi là khoảng cách giữa hai x và y điểm trên X.

1.1.1. Không gian tuyến tính định chuẩn

Định nghĩa 1.2 Cho X là một không gian tuyến tính, ta đưa vào ánh xạ kí hiệu là chuẩn X $\left\|.\right\| : X \to \mathbb{R}$ thỏa mãn các điều kiện

a. $\left\|x\right\| \ge 0;\quad \left\|x\right\| = 0 \Leftrightarrow x = 0;$
b. $\left\|\lambda x\right\| = \left|\lambda\right|\left\|x\right\|;$
c. $\left\|x + y\right\| \le \left\|x\right\| + \left\|y\right\|,$

với mọi $x, y \in X$